

## 物理学 A I

古典力学に関する以下の設問に答えなさい。

I

図1に示すように、半径  $R$  の中空の円筒の内面上を、半径  $a$ 、質量  $m$ 、中心軸周りの慣性モーメント  $I$  の円柱が滑ることなく転がりながら運動している。円筒軸  $O$  に沿った方向には系は一様であるとして、2次元の問題として円柱の運動を記述する。重力は鉛直下向きに働いているとし、重力加速度を  $g$  とする。空気抵抗は無視できるものとする。

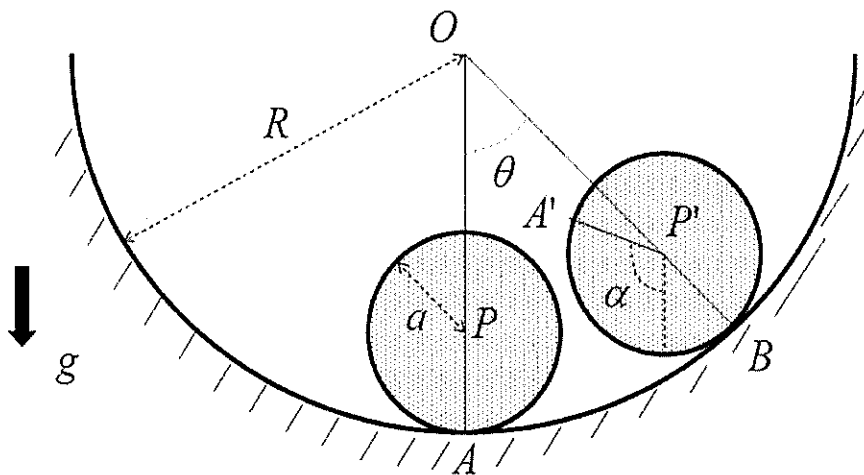


図1

- (1) 円柱の重心が点  $P$  から点  $P'$  まで移動したときに、円柱の円筒面に接していた点  $A$  が点  $A'$  へ移動したとする。このとき、線分  $OP$  と  $OP'$  のなす角度を  $\theta$ 、線分  $P'A'$  と鉛直下方のなす角度を  $\alpha$  とする。これら2つの角度の時間微分が、 $(R-a)\dot{\theta} = a\dot{\alpha}$  の関係を満たすことを示しなさい。
- (2) 円柱の運動の様子を調べるために、重心が点  $P'$  に達した瞬間を考える。この場合、線分  $OB$  に垂直な方向の運動を考えれば十分である。また、接触点  $B$  における摩擦力を  $F$  とする。円柱の重心の運動と重心のまわりでの回転運動に関する運動方程式を、 $\theta$  と  $\alpha$  を用いて求めなさい。
- (3) 設問 (1) と (2) の結果を用いて  $\alpha$  と  $F$  を消去し、 $\theta$  に関する運動方程式を導きなさい。

- (4) 設問(3)で求めた方程式において $\theta$ が十分に小さいと仮定してその解をもとめ、円柱の運動が単振動になることを示しなさい。また、そのときの振動の周期を求めなさい。

# 物 理 学 A II

電磁気学に関する以下の問題に答えなさい。

II. 一様で透明な媒質を伝搬する電磁波について考える。

- (1) 電磁波の電場の強度を  $E(x, y, z, t)$ 、磁場の強度を  $H(x, y, z, t)$  として、これらが従う微分方程式 (4つの式からなるマクスウェルの方程式) を書きなさい。MKS 単位系を使用すること。  $x, y, z$  は空間の座標、  $t$  は時間である。誘電率は  $\epsilon$ 、透磁率は  $\mu$ 、電荷密度、電流密度はともに 0 とする。
- (2) この電磁波が、  $z$  軸方向に伝搬する平面波であれば、  $E_z = 0, H_z = 0$  である。このことを使って、  $x$  軸方向の電場の強度  $E_x$  と  $y$  軸方向の磁場の強度  $H_y$  とが次の関係にあることを示しなさい。

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (2)$$

- (3)  $z$  軸方向に伝搬する平面波の電磁波について、  $E_x$  と  $H_y$  とは次のように表せる。

$$E_x = F(z - vt) + G(z + vt) \quad (3)$$

$$H_y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \{F(z - vt) - G(z + vt)\} \quad (4)$$

ただし、  $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$  とし、  $F(z)$  と  $G(z)$  は微分可能な任意の関数である。この  $E_x$  と  $H_y$  が常に式 (1) と式 (2) を満たしていることを示しなさい。そして、  $z$  軸を正の方向に伝搬する平面波の電磁波について、  $H_y = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_x$  の関係があることを示しなさい。

- (4) 図 1 のように、誘電率  $\epsilon$  透磁率  $\mu$  の媒質を、  $z$  軸の正の方向に伝搬する  $x$  軸方向に直線偏光した電磁波が、誘電率  $\epsilon'$  透磁率  $\mu'$  の媒質に垂直入射したとする。そのときに、反射する電磁波の電場  $E_x^{(r)}$  と透過する電磁波の電場  $E_x^{(t)}$  を、入射した電磁波の電場  $E_x$  を使って表しなさい。電場と磁場の境界条件を使うこと。

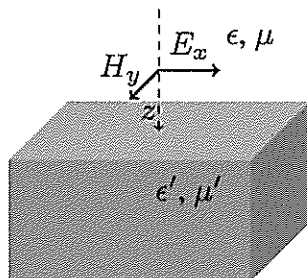


図 1