物　理　学ＢＩ

量子力学に関する以下の設問に答えなさい。

質量mの粒子のド・ブロイ波の波数kと運動量pの間には$p=\hbar k$ ($\hbar=\dfrac{h}{2\pi}$; hはプランク定数)の関係が成り立つ。この粒子が次頁の図のようなポテンシャル$V(x)$上をx軸に沿って左からエネルギー$E(>V_0>0)$で入射してくる場合を考える。領域1と2での波動関数を、入射平面波$\psi_{\mathrm{in}}(x)=Ae^{ik_1x}$、反射平面波$\psi_{\mathrm{out}}(x)=Be^{-ik_1x}$、透過平面波$\psi_{\mathrm{trans}}(x)=Ce^{ik_2x}$を用いて

$$\Psi_1(x)=Ae^{ik_1x}+Be^{-ik_1x}$$
$$\Psi_2(x)=Ce^{ik_2x}$$

と表すことにする。

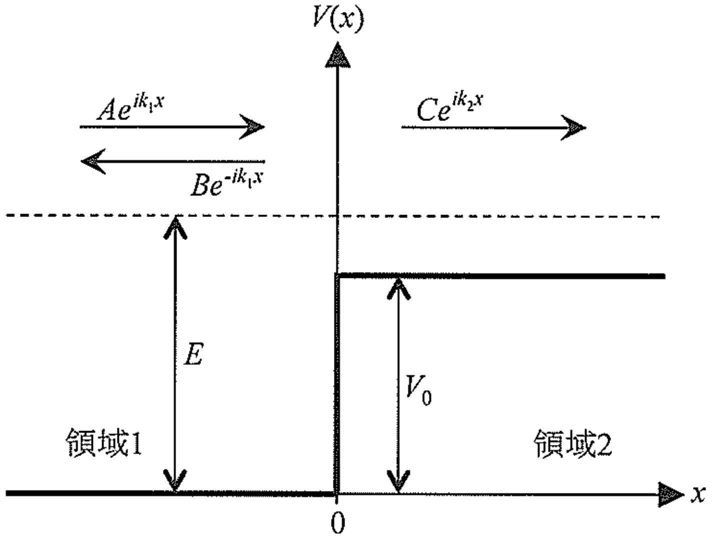
（１）k_1とk_2を$m, E, V_0, \hbar$を用いて表しなさい。

以降の問題の解答においては、必要に応じてk_1, k_2を用いて良い。

（２）x=0で$\Psi_1(x)$と$\Psi_2(x)$がなめらかにつながるようなAとBとCの関係を求めなさい。

（３）平面波ψの確率の流れの密度は$j=\dfrac{\hbar}{2im}\left(\psi^*\dfrac{d}{dx}\psi-\psi\dfrac{d}{dx}\psi^*\right)$で表される（$\psi^*$は$\psi$の複素共役)。$x$=0での反射率$R$と透過率$T$を求め、古典力学から導かれる結果との違いについて述べなさい。

（４）反射率Rを0に近づけるためにはどうすれば良いか述べなさい。



V(x)
Ae^{ik_1x}
Be^{-ik_1x}
Ce^{ik_2x}
E
V_0
領域1
領域2
0
x

物 理 学 B Ⅱ

統計力学に関する以下の設問に答えなさい。

N 個の１次元調和振動子（質量 m，角振動数 ω）が、温度 T で熱平衡状態にある。この系の全エネルギー E は

$$E = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{2m} p_i^2 + \frac{m}{2} \omega^2 x_i^2 \right)$$

で与えられる。ここで、x_i および p_i は粒子 i の座標および運動量である。

このとき、カノニカルアンサンブルの分配関数 Z は、

$$Z = \frac{1}{h^N} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} e^{-E/kT} \mathrm{d}^N p \, \mathrm{d}^N x$$

である。ここで h はプランク定数、k はボルツマン定数、$\mathrm{d}^N p = \mathrm{d}p_1 \cdots \mathrm{d}p_N$ 、

$\mathrm{d}^N x = \mathrm{d}x_1 \cdots \mathrm{d}x_N$ である。

（1）分配関数 Z を計算しなさい。
　　必要なら、$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} \, \mathrm{d}x = \sqrt{\frac{\pi}{a}}$ 　$(a > 0)$ を用いても良い。

（2）ヘルムホルツの自由エネルギー F を計算しなさい。
　　ただし、$F = -kT \log Z$ である。

（3）内部エネルギーを U、エントロピーを S とするとき、$U = F + TS$, 　$S = -\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$ で
　　ある。$U = -T^2 \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{F}{T} \right) \right]_V$ が成り立つ事を示しなさい。

（4）この問題の系の内部エネルギー U および定積熱容量 $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ を求めなさい。