物　理　学　AI

I　古典力学に関する以下の設問に答えなさい。

下図に示すように、水平面上を摩擦なく動く３つの質点が一定の半径Rの円周に沿って伸び縮みするばねで繋がれている。３つの質点 1，2，3 の質量はそれぞれm_1，m_2，m_3であるとし、その間をつなぐ３つのばねは同一で、ばね定数はkで与えられ、質量は無視できるとする。はじめ３つの質点は円周を三等分する位置 A、B、C でつり合って静止しているとする。位置 A、B、C からの各質点の回転角をϕ_1、ϕ_2、ϕ_3で表し、つり合い位置でのばねの長さからの変位量に比例する復元力が働くものとする。ただし、反時計回りの向きを正とし、角度の単位はラジアンとする。つり合いの位置からの質点の変位量は、ばねの長さや円周より十分に小さい（$0 \leq |\phi_1|$、$|\phi_2|$、$|\phi_3| \ll 2\pi/3$）として以下の設問に答えなさい。

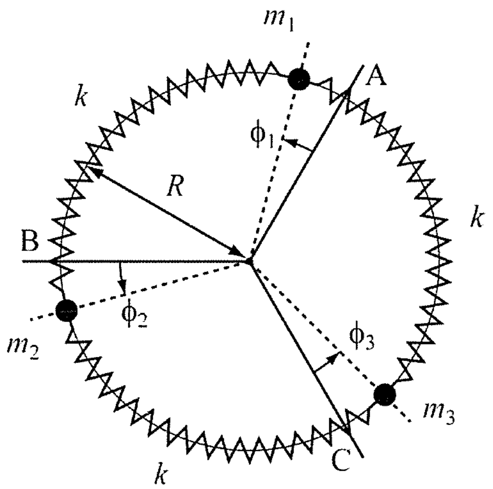

図 1

（１）質点 1 にかかる力F_1をk、R、ϕ_1、ϕ_2、ϕ_3を用いて表しなさい。

（２）時刻tにおける３つの質点の運動方程式を考え、角度ϕ_1、ϕ_2、ϕ_3に対して以下の微分方程式が成り立つことを示しなさい。

$$\frac{d^2\phi_1}{dt^2} = \frac{k}{m_1}(-2\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)$$

$$\frac{d^2\phi_2}{dt^2} = \frac{k}{m_2}(\phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3)$$

$$\frac{d^2\phi_3}{dt^2} = \frac{k}{m_3}(\phi_1 + \phi_2 - 2\phi_3)$$

（３）設問（２）の方程式を用いて、3 つの質点に対する角運動量の和が保存することを示しなさい。

設問（２）の方程式を用いて、$m_1 = m_2 = m$、$m_3 = 2m$の場合について、以下の設問に答えなさい。必要に応じて、$\omega_0 = \sqrt{k/m}$とおいてよい。

（４）質点 3 は静止したまま、質点 1 と質点 2 が同じ振動数で単振動する場合について、単振動の振動数が$f = 1/2\pi \times \sqrt{3k/m}$であることを示しなさい。

（５）３つの質点が有限の振幅で同じ振動数で単振動する場合について、振動数を求めなさい。

物 理 学 A Ⅱ

Ⅱ　電磁気学に関する以下の設問に答えなさい。

真空の中にある導線中を定常電流Iが流れるときに誘起される磁場について以下の設問に答えなさい。ただし MKSA 単位系を用い、真空の透磁率をμ_0とし、導線の太さは無視できるものとする。

（1）無限に長い直線状の導線に電流Iが流れている。このとき、導線から距離L離れた点における磁束密度の大きさを求めなさい。ただし、任意の閉曲線C上における磁束密度$\vec{B}$の線積分が、Cで囲まれた空間を貫く電流をIとしたとき$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$とかけることを用いてよい（アンペールの法則）。

次に図1のように有限の長さの直線導線XYにYからXに向かって電流Iが流れているとき、導線からの距離（OP）がL、$\angle \mathrm{PXY} = \theta_1$、$\angle \mathrm{PYX} = \theta_2$であるような点Pにおける磁場について考える。

（2 a）Oからの距離s、$\angle \mathrm{PZX} = \theta$となる直線導線上の点Zにおける微小電流要素$Id\vec{s}$により点Pに生じる磁束密度$d\vec{B}$の大きさが$dB = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi L}\sin\theta d\theta$と表されることを示しなさい。ただし、図2に示すように微小電流要素$Id\vec{s}$によって$\vec{r}$の位置に作られる磁束密度$d\vec{B}$は$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{s}\times\vec{r}}{|\vec{r}|^3}$と表されることを用いてよい（ビオ・サバールの法則）。

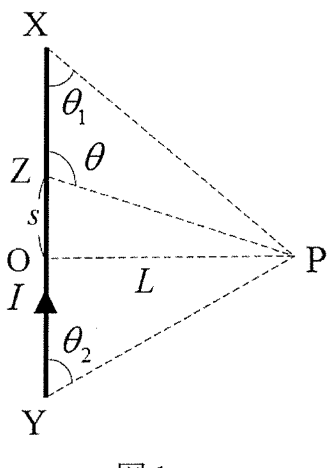

図1

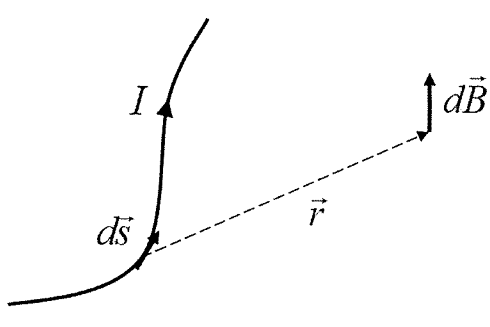

図2

（２ｂ）前問の結果を積分することで、直線導線XYによって点Pに生じる磁束密度$\vec{B}$の大きさをI、L、θ_1、θ_2を用いて表しなさい。

（３）図３に示す一辺Dの正方形回路に電流Iが流れるとき、中心Oに生じる磁束密度$\vec{B}$の大きさが$B=\dfrac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi D}$となることを示しなさい。

（４）図４のように半径Rの円に内接する正n角形の回路に電流Iが流れるとき、円の中心Oに生じる磁束密度の大きさを求めなさい。また$n\to\infty$の極限をとることで、外接円の回路に電流Iが流れる場合の円の中心Oにおける磁束密度の大きさを求めなさい。ただし、$\lim_{x\to\infty} x\tan\dfrac{1}{x}=1$であることを用いてよい。

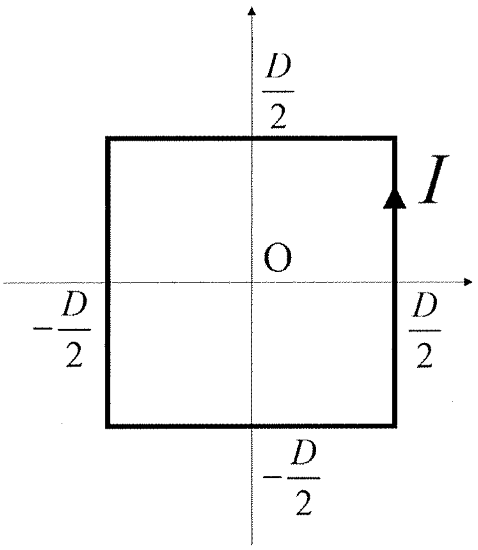

図３

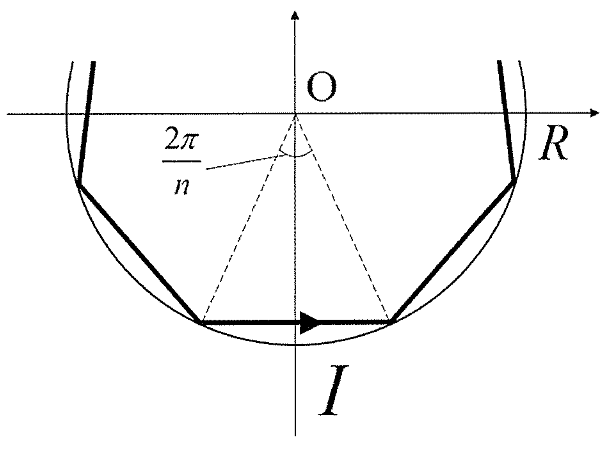

図４