

【全1ページ】

古典力学に関する以下の設問に答えなさい。以下の全ての設問について、バネの力はフックの法則に従うとし、バネの質量、床からの摩擦は無視できるものとする。

まず図1に示すように、質量 M の質点と、自然長 l 、ばね定数 k の2つのバネを連結し、水平床面上 $2l$ だけ隔たった壁に両端を固定する。時刻 t において質点のつり合い位置からのずれが $x(t)$ であるとして、水平方向の一次元振動を考える。位置の時間微分について $\dot{x}(t) = dx/dt$, $\ddot{x}(t) = d^2x/dt^2$ のような略号を用いる。

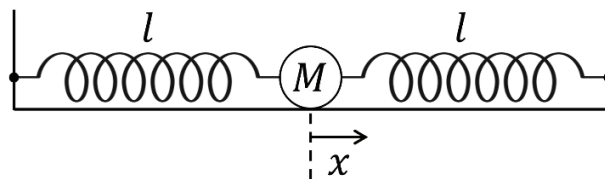


図1

I 質点の運動方程式を示しなさい。

II 初期条件を $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$ として、設問 I の運動方程式を解きなさい。

次に図2に示すように、質量 m の2つの質点1, 2と、自然長 l 、ばね定数 k の3つのバネを連結し、水平床面上 $3l$ だけ隔たった壁に両端を固定する。時刻 t において質点1, 2のつり合い位置からのずれをそれぞれ $x_1(t)$, $x_2(t)$ として、水平方向の一次元振動を考える。

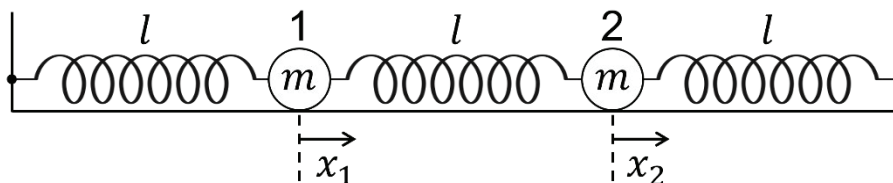


図2

III 質点1, 質点2の運動方程式を示しなさい。

IV $X(t) = \{x_1(t) + x_2(t)\}/2$, $Y(t) = \{x_1(t) - x_2(t)\}/2$ とすると、これらはそれぞれ2つの質点の重心位置と相対位置に対応する。 $X(t)$ と $Y(t)$ についてのそれぞれの運動方程式を示し、初期条件を $x_1(0) = x_{10}$, $x_2(0) = x_{20}$, $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = 0$ として解を求めなさい。

V $x_{10} = x_{20}$ の場合、設問 IV で得られる解に重心位置 $X(t)$ の振動のみが現れることを示しなさい。この重心の振動は、図1のような1つの質点での振動と見なすことができる。この重心運動の角振動数が設問 II で得た角振動数と一致する場合、 m と M はどのような関係にあるか示しなさい。

(終わり)

【全1 ページ】

電磁気学に関する以下の設問に答えなさい。

光の速度は $c (= 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1})$ とする。単位系には MKSA 単位系を用いること。

- I 電場を $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ 、磁束密度を $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ としたとき、電荷と電流が存在しない真空中におけるマクスウェル方程式を書きなさい。 x, y, z は直交座標系における空間の座標、 t は時間を表す。誘電率は ϵ_0 、透磁率は μ_0 を使用すること。
- II マクスウェル方程式を用いて電磁場のエネルギー保存則の式を導出しなさい。電磁場のエネルギー密度 u は $\frac{1}{2}\epsilon_0\mathbf{E} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{2\mu_0}\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}$ 、電磁場のエネルギーの流れ $\mathbf{S}$ は $\frac{1}{\mu_0}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ とする。導出過程を示すこと。
- III ここで、 $\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ が x と y によらず、 z と t のみの関数になる場合を考える。 $E_x = E_0 \sin(kz - \omega t)$, $E_y = 0$, $E_z = 0$, $B_x = 0$, $B_z = 0$ としたとき、 u を E_x , ϵ_0 を使い、 $|\mathbf{S}|$ を E_x , ϵ_0 , c を使って表しなさい。 E_0 は振幅、 k は波数、 ω は角周波数とし、 $\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ の添え字は x, y, z 成分を表す。必要であれば、 $\omega = kc$ 及び $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$ を用いても良い。
- IV $u = 36 \text{ J (ジュール) m}^{-3}$ のとき、 E_x と B_y を計算しなさい。 $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F (ファラド) m}^{-1}$ とする。有効数字 1 桁で回答すること。

(終わり)