

物理学 AI

【全2ページ】

古典力学に関する以下の設問に答えなさい。

I

図1のように、一端が点Oに固定された長さ l の糸の他端に、質量 m の小球を取り付けた。この小球を、糸がたるまないよう点Oと同じ高さの点Aまで持ち上げて静かに離したところ、小球は最下点Bを通過後、点Bから r_1 だけ真上に離れた点Cに打たれた釘を中心とする円運動を行った。重力加速度を g として、糸の質量、小球の大きさは無視できるものとして以下の設問に答えなさい。

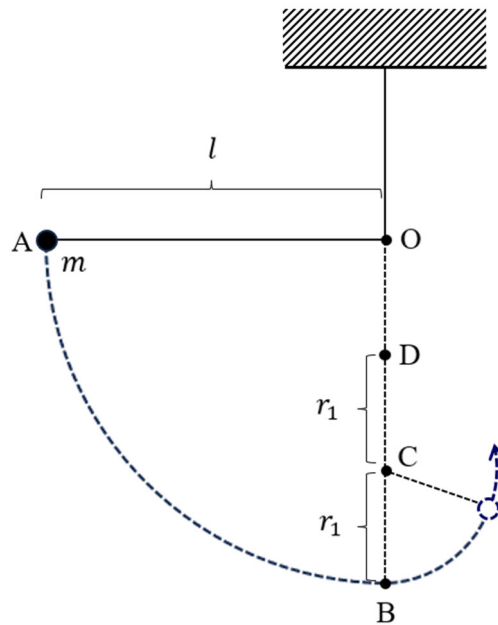


図1

- (1) 小球が点Cから r_1 だけ真上に離れた点Dまで円運動を続けたとき、点Dにおける小球の速さ v_D を求めなさい。
- (2) 糸がたるむことなく小球が点Dを通過するためには、点Dにおいて小球から点Cに向かう糸の張力 T_D が $T_D \geq 0$ であることが必要となる。このときの点Dにおける小

球の力のつり合いの式の鉛直方向の成分を表しなさい。ただし、 v_D と T_D を用いてよい。

- (3) 糸がたるむことなく小球が点 D を通過することができるとき、点 B と点 C の最大距離 $r_1^{\max}$ を l を用いて示しなさい。

次に図2のように、釘の位置点 C を点 B から真上に r_2 ($r_2 > r_1^{\max}$) だけ離れた位置に変更したところ、点 OCE のなす角 $\angle OCE = \theta$ (ただし、 $0 < \theta < \pi/2$ とする) となる点 E の位置で小球が円運動をやめ、以降放物運動をした。以下の設問に答えなさい。

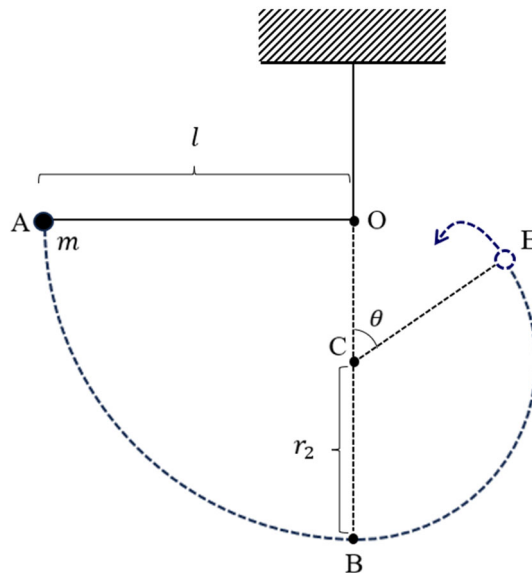


図2

- (4) 点 E で小球に働く糸の張力が 0 になることを利用して、 $\cos \theta$ を l と r_2 を用いて表しなさい。
- (5) 小球は点 E を通過した後、点 C に当たるような放物運動をした。この条件を満たす r_2 の長さを l を用いて示し、 $\cos \theta$ を求めなさい。

(終わり)

物 理 学 A II

【全2ページ】

電磁気学に関する以下の設問に答えなさい。

II

一様静電場と一様静磁場における電荷 $-e$ 、質量 m の電子の運動について考える。単位系は MKSA 単位系を使いなさい。電子は真空中を運動しており、重力の影響は無視できるものとする。

(1) 電磁場中を運動する電子に働く力は、電子の位置ベクトル $\mathbf{r}$ を用いて、 $-e\mathbf{E} - e\frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{B}$ で与えられる。ここで、 $\mathbf{E}$ は電場ベクトル、 $\mathbf{B}$ は磁束密度ベクトル、 t は時間である。 $\mathbf{r}$ に関する運動方程式を記述しなさい。

(2) 図 1 に示すように、 $\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ がそれぞれ、 $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z) = (-E, 0, 0)$ 、 $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z) = (0, 0, B)$ の場合を考える。時刻 $t = 0$ の初期値は、 $\mathbf{r} = (x, y, z) = (0, 0, 0)$ および $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right) = (0, 0, 0)$ で与えられる。この場合の x と y に関する運動方程式をそれぞれ書きなさい。

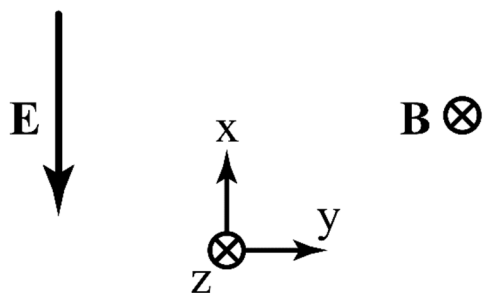


図 1

(3) 電子の x 方向の位置を $x(t) = -\alpha \cos(\omega t) + \frac{E}{B\omega}$ とするとき、正の実数 α を e , m , E , B を使って表しなさい。ここで、 ω は正の実数である。

(4) 設問 (3) の答えを元に、電子の y 方向の位置 $y(t)$ について解きなさい。

(5) 設問 (3) と (4) の答えより、 x - y 平面で電子の描く軌道はサイクロイドになる。サイクロイドは、直線に沿って円が滑らずに回転する時の円周上の 1 点の軌跡を指す。以下の図 2 を参考に $t \geq 0$ における電子の軌道を解答用紙に描きなさい。

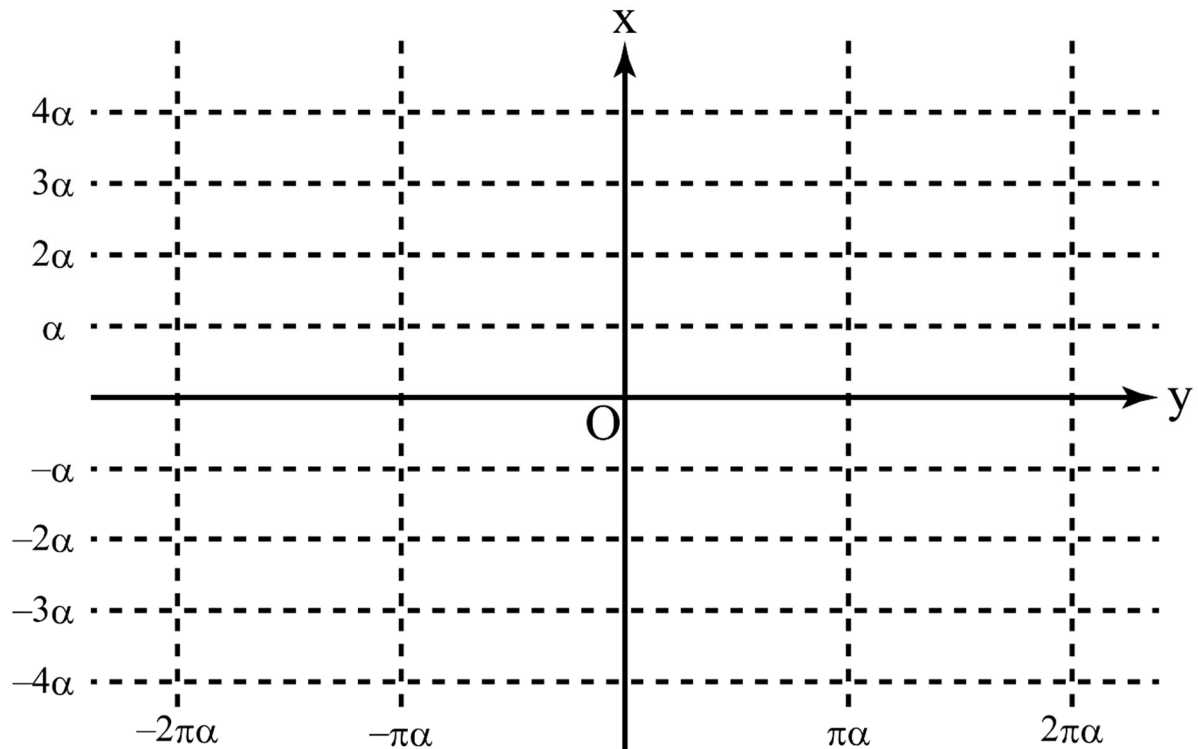


図 2

(6) x 方向の電子の運動を考えると、電子の位置は角振動数 ω で振動している。 $B = 1.0 \text{ T}$ (テスラ) とする時、 ω を求めなさい。電気素量は $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ (クーロン)、電子の質量は $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ とする。有効数字 2 桁で回答すること。

(終わり)